

Ewa POŚPIECH, Adrianna MASTALERZ-KODZIS  
Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach  
Wydział Zarządzania  
ewa.pospiech@ue.katowice.pl, adrianna.mastalerz-kodzis@ue.katowice.pl

## ZASTOSOWANIE METODY TOPSIS W UJĘCIU ROZMYTYM DO SELEKCJI WALORÓW GIEŁDOWYCH

**Streszczenie.** Analiza fundamentalna wykorzystywana do oceny spółki, w szczególności spółki giełdowej, zakłada uwzględnienie odpowiedniego czasu, z którego powinno się zaczerpnąć dane. Posługując się w tej ocenie wskaźnikami fundamentalnymi oraz rynkowymi, można się wspomóc metodą wielokryterialną. Określenie wartości uwzględnianych wskaźników za okres dłuższy niż dane są podawane implikuje odpowiednie ich przeliczenie. W artykule zaproponowano sposób, w którym do omawianego zagadnienia podchodzi się jak do problemu rozmytego – w sugerowanym ujęciu oceny kryterialne traktowane są jak trójkątne liczby rozmyte.

**Słowa kluczowe:** metoda TOPSIS, metoda TOPSIS w ujęciu rozmytym, analiza fundamentalna, decyzje inwestycyjne, analiza portfelowa.

## THE APPLICATION OF FUZZY TOPSIS METHOD TO THE PORTFOLIO SELECTION

**Summary.** The application of fundamental analysis for evaluation of a company, especially a quoted one, requires taking into account the historical data from a proper time (three to five years). To support the problem for evaluation of companies with the use of fundamental and market indicators we may regard multi-criteria methods. Determining the indicators' values for the period e.g. of three years, we can use some proper techniques of calculating them. The article presents an approach of regarding the considered issue like a fuzzy problem with triangular fuzzy numbers.

**Keywords:** TOPSIS method, fuzzy TOPSIS, fundamental analysis, investment decision making, portfolio analysis.

## 1. Wprowadzenie

Istnieje wiele sposobów oceny spółek giełdowych. Inwestora interesują te walory, które dają maksymalny zysk przy minimalnym ryzyku. Zwolenników analizy fundamentalnej interesują również te spółki, których kondycja ekonomiczno-finansowa jest dobra i stabilna. Analiza ta jest oparta na wielu wskaźnikach finansowych [3, 4, 7] oraz na ocenie sytuacji gospodarczej kraju. Najczęściej wykorzystywane są zestawy wskaźników finansowych, wśród których można wyróżnić wskaźniki: płynności, zadłużenia, sprawności zarządzania, zyskowności, rynkowe. Sugeruje się także, by okres przyjmowany do badań obejmował od trzech do pięciu ostatnich lat [8]. Chcąc zatem zbudować portfel inwestycyjny oparty na walorach cechujących się dobrą sytuacją ekonomiczno-finansową, najlepiej zastosować metodyczne podejście, np. wybierając odpowiednie narzędzia wspomagające podjęcie decyzji. Mogą nimi być metody wielokryterialne [5, 9, 10]. Ze względu na sugestie dotyczącą uwzględnienia w analizach fundamentalnych informacji z okresu nie krótszego niż trzy lata można zastanawiać się, jak podejść do zagadnienia. W artykule proponuje się potraktowanie rozważanego problemu jako zagadnienia rozmytego. Dlatego też celem niniejszej pracy jest przedstawienie alternatywnego (rozmytego) sposobu oceny i selekcji wybranych spółek giełdowych, a stawiana hipoteza zakłada, że za pomocą tego podejścia można wygenerować portfele atrakcyjne dla inwestora.

## 2. Metodyka badań

Metoda wielokryterialna, na którą zdecydowano się w badaniach, to metoda TOPSIS. Jej zastosowanie było podjętowane m.in. wcześniejszymi badaniami [5], które wskazały tę metodę jako jedną z lepszych w kontekście selekcji i konstruowania portfela papierów wartościowych. Nie bez znaczenia jest również fakt, że metoda ta została opracowana w ujęciu rozmytym [1] – można ją stosować, gdy mamy do czynienia z nieprecyzyjnym określeniem zadania decyzyjnego lub preferencji decydenta.

### 2.1. Metoda TOPSIS

Metoda TOPSIS jest oparta na porównaniach wariantów decyzyjnych z pewnymi punktami, tzw. rozwiązaniami referencyjnymi (idealnym i antyidealnym). Porównania te doprowadzają do uporządkowania wariantów (wariant jest tym wyżej usytuowany, im jest bliższy rozwiązaniu idealnego, a dalszy od rozwiązania antyidealnego) [2, 10].

Przy założeniu że rozważanych jest  $m$  wariantów decyzyjnych oraz  $n$  kryteriów, symbol  $a_i^{(k)}$  będzie oznaczać oceny wariantu  $i$  względem kryterium  $k$ . Wyznaczana jest w pierwszej kolejności macierz decyzyjna postaci  $\mathbf{X} = [\hat{x}_{ik}]$ , gdzie:

$$\hat{x}_{ik} = \frac{a_i^{(k)}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m [a_i^{(k)}]^2}} \quad (1)$$

dla  $i = 1, 2, \dots, m, k = 1, 2, \dots, n$ .

Następnie wyznacza się ważoną znormalizowaną macierz decyzyjną przyjmującą postać  $\mathbf{Z} = [w_k \hat{x}_{ik}] = [v_{ik}]$ , gdzie  $w_k$  oznaczają wagi poszczególnych kryteriów,  $k = 1, 2, \dots, n$ .

Kolejny etap to wyznaczenie ocen ważonych rozwiązań: idealnego  $v_k^+$  oraz antyidealnego  $v_k^-$ , według wzorów:

$$v_k^+ = \begin{cases} \max_i v_{ik}, & \text{gdy } k \text{ jest maksymalizowane} \\ \min_i v_{ik}, & \text{gdy } k \text{ jest minimalizowane} \end{cases} \quad (2)$$

$$v_k^- = \begin{cases} \max_i v_{ik}, & \text{gdy } k \text{ jest minimalizowane} \\ \min_i v_{ik}, & \text{gdy } k \text{ jest maksymalizowane} \end{cases} \quad (3)$$

(oznaczenia jak wyżej).

Następnie oblicza się odległość każdego wariantu od wyznaczonych rozwiązań  $v_k^+$  oraz  $v_k^-$ , stosując odpowiednie wzory:

$$d_i^+ = \sqrt[p]{\sum_{k=1}^n |v_{ik} - v_k^+|^p}, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (4)$$

$$d_i^- = \sqrt[p]{\sum_{k=1}^n |v_{ik} - v_k^-|^p}, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (5)$$

gdzie  $p$  określa rodzaj metryki.

Ostatni etap to wyznaczenie względnej odległości  $S_i$ ,  $S_i \in [0, 1]$  dla każdego obiektu  $i$ ; stosowany jest następujący wzór:

$$S_i = \frac{d_i^-}{d_i^+ + d_i^-}, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (6)$$

Na podstawie wartości  $S_i$  budowany jest ranking według zasady: im wyższa jest wartość wskaźnika, tym wariant jest wyżej uplasowany w zestawieniu.

## 2.2. Metoda TOPSIS w ujęciu rozmytym

W sytuacji gdy decydent nie potrafi lub z innych powodów nie może podać dokładnych wartości ocen kryterialnych, do opisu zjawiska można wykorzystać metodę w wersji rozmytej

[1, 10]. W rozmytej metodzie TOPSIS inaczej konstruowana jest macierz decyzyjna – każda z ocen kryterialnych traktowana jest jako trójkątna liczba rozmyta. Mamy zatem liczbę postaci:

$$\tilde{a}_i^{(k)} = (d_{ik}, s_{ik}, g_{ik}) \quad (7)$$

gdzie:

$d_{ik}$  – pesymistyczna ocena wariantu  $i$  w ramach kryterium  $k$ ,

$s_{ik}$  – oczekiwana ocena wariantu  $i$  w ramach kryterium  $k$ ,

$g_{ik}$  – optymistyczna ocena wariantu  $i$  w ramach kryterium  $k$ .

Na początku wyznaczana jest znormalizowana macierz decyzyjna  $\tilde{\mathbf{X}} = [\tilde{x}_{ik}]$  o elementach wyrażonych wzorami (8) oraz (9) odpowiednio dla kryteriów maksymalizowanych oraz minimalizowanych:

$$\tilde{x}_{ik} = \left( \frac{d_{ik}}{\max_j g_{jk}}, \frac{s_{ik}}{\max_j g_{jk}}, \frac{g_{ik}}{\max_j g_{jk}} \right) \quad (8)$$

$$\tilde{x}_{ik} = \left( \frac{\min_j g_{jk}}{g_{ik}}, \frac{\min_j g_{jk}}{s_{ik}}, \frac{\min_j g_{jk}}{d_{ik}} \right) \quad (9)$$

W następnym kroku wyznaczana jest ważona znormalizowana macierz decyzyjna  $\tilde{\mathbf{Z}} = [\tilde{z}_{ik}] = [w_k \tilde{x}_{ik}]$ ,  $i = 1, \dots, m$ ,  $k = 1, \dots, n$ , na podstawie której wyznaczane są wartości rozmytego ważonego rozwiązania idealnego (wzór (10)) oraz antyidealnego (wzór (11)):

$$\tilde{v}_k^+ = \max_i \tilde{z}_{ik} \quad (10)$$

$$\tilde{v}_k^- = \min_i \tilde{z}_{ik} \quad (11)$$

dla  $i = 1, 2, \dots, m$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ .

Przedostatnim krokiem porządkowania wariantów za pomocą rozmytej metody TOPSIS jest obliczenie odległości wszystkich wariantów od rozwiązań  $\tilde{v}_k^+$  oraz  $\tilde{v}_k^-$  według wzorów:

$$d_i^+ = \sum_{k=1}^n d(\tilde{z}_{ik}, \tilde{v}_k^+), \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (12)$$

$$d_i^- = \sum_{k=1}^n d(\tilde{z}_{ik}, \tilde{v}_k^-), \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (13)$$

gdzie odległość między dwoma trójkątnymi liczbami rozmytymi  $\tilde{a} = (d_a, s_a, g_a)$  oraz  $\tilde{b} = (d_b, s_b, g_b)$  zdefiniowana jest następująco:

$$d(\tilde{a}, \tilde{b}) = \sqrt{\frac{1}{3} [(d_a - d_b)^2 + (s_a - s_b)^2 + (g_a - g_b)^2]} \quad (14)$$

Podobnie jak w przypadku zwykłej metody TOPSIS ranking konstruowany jest na podstawie malejącej wartości współczynnika  $S_i$  danego wzorem (6).

### 3. Analiza empiryczna

Badaniu poddano spółki sektora bankowego, dla których zgromadzono dane określające kondycję ekonomiczno-finansową spółek. Okres badań to lata 2013-2015. Zastosowanie w rozważaniach metody wielokryterialnej oznacza dobór odpowiednich kryteriów oceny wariantów decyzyjnych, przez pryzmat których warianty będą oceniane. Ze względu na wybór spółek sektora bankowego jako kryteria wybrano osiem następujących wskaźników, które reprezentują różne obszary charakteryzujące dany bank (zyskowności, płynności, bezpieczeństwa, rynkowe):

- wskaźnik rentowności aktywów ROA (zysk netto/aktywa ogółem),
- wskaźnik rentowności kapitału własnego ROE (zysk netto/kapitał własny),
- iloraz aktywów płynnych do aktywów ogółem,
- współczynnik wypłacalności,
- współczynnik kapitału własnego do aktywów ogółem,
- wskaźnik zysku na jedną akcję (zysk netto/liczba wyemitowanych akcji),
- wskaźnik P/BV (cena rynkowa akcji/wartość księgowa na jedną akcję),
- wskaźnik P/E (cena rynkowa akcji/zysk przypadający na jedną akcję).

Kryteria potraktowano jako równorzędne, zatem nadane wagi przyjęły wartości  $w_k = 0,125$ ,  $k = 1, \dots, 8$ . Ustalono, że każdy ze wskaźników jest stymulantą, zatem kierunek optymalizacji każdego z kryteriów to maksimum.

Tabela 1

Wartości odległości  $S_i$  oraz rankingi spółek w rozpatrywanych latach

Spółka	2013		2014		2015	
	$S_i$	Ranking	$S_i$	Ranking	$S_i$	Ranking
ALR	0,295	7	0,352	7	0,536	7
BGZ	0,215	9	0,298	9	0,610	3
BHW	0,574	3	0,531	3	0,579	5
BOS	0,204	10	0,229	11	0,394	10
BPH	0,202	11	0,288	10	0,087	11
BZW	0,703	1	0,649	2	0,63804	1
ING	0,419	5	0,434	5	0,572	6
MBK	0,695	2	0,701	1	0,63798	2
MIL	0,281	8	0,351	8	0,528	9
PEO	0,533	4	0,520	4	0,584	4
PKO	0,361	6	0,354	6	0,533	8

Źródło: Opracowanie własne na podstawie [6, 11, 12, 13].

W pierwszej kolejności, za pomocą zwykłej metody TOPSIS, na podstawie rocznych wartości uwzględnianych kryteriów wyznaczono wartości odległości  $S_i$  oraz zbudowano rankingi dla każdego roku oddzielnie. Wyniki analiz zamieszczono w tabeli 1.

Widoczne jest podobne uporządkowanie walorów w 2013 roku oraz 2014 roku, nieco bardziej zróżnicowana jest ocena danych banków w 2015 roku – najistotniejsza różnica zauważalna jest dla banku BGZ, który w 2015 roku przemieścił się z miejsca 9. na pozycję 3. W ogólności, rankingi uzyskane dla lat 2013-2015 są zbliżone, co oznacza w miarę stałą kondycję ekonomiczno-finansową na przestrzeni trzech lat. Chcąc ocenić dany bank za cały okres trzech lat, można odpowiednio oszacować wartości rozważanych wskaźników i zastosować wybraną metodę wielokryterialną (np. TOPSIS) w wersji podstawowej. Wyniki wykorzystania takiego podejścia zamieszczono w kolumnie 2. i 3. tabeli 2. Można spróbować jednak rozważyć zagadnienie jako problem rozmyty. Każda z ocen kryterialnych w ramach każdego kryterium traktowana jest jako trójkątna liczba rozmyta. Pierwszy parametr tej liczby to minimalna z wartości wskaźnika uzyskana dla uwzględnionych trzech lat, drugi parametr to kolejna co do wielkości wartość danego wskaźnika, trzeci zaś parametr to maksymalna z rozważanych wartości. Stosując opisane podejście do oceny rozpatrywanych walorów giełdowych za cały trzyletni okres, można zastosować metodę wielokryterialną w ujęciu rozmytym – uwzględniono metodę TOPSIS w ujęciu rozmytym. Rezultaty wykorzystanej procedury zawarto w dwóch ostatnich kolumnach tabeli 2.

Tabela 2  
Rankingi spółek za okres 2013-2015 według zastosowanych metod

Spółka	TOPSIS		TOPSIS „rozmyta”	
	$S_i$	Ranking	$S_i$	Ranking
ALR	0,480	6	0,535	8
BGZ	0,467	8	0,479	9
BHW	0,602	3	0,768	1
BOS	0,429	10	0,344	10
BPH	0,131	11	0,130	11
BZW	0,718	2	0,766	2
ING	0,542	5	0,624	5
MBK	0,727	1	0,746	3
MIL	0,458	9	0,560	7
PEO	0,601	4	0,719	4
PKO	0,479	7	0,578	6

Zródło: Opracowanie własne na podstawie [6, 11, 12, 13].

Otrzymane poziomy wartości odległości  $S_i$  oczywiście różnią się od siebie, ale nie są to wielkie różnice. Widoczne jest także niewielkie zróżnicowanie rankingów zbudowanych na

podstawie uzyskanych wartości  $S_i$ . Różnice miejsc zajmowanych w zestawieniach danych banków to co najwyżej dwie pozycje, a skorelowanie rankingów kształtuje się na poziomie 0,92.

Decydując się na wybór sześciu lub siedmiu walorów położonych najbliżej wzorca (tym samym uplasowanych najwyżej w rankingach), uzyskujemy następujące podzbiory (tabela 3), mogące stanowić podstawę wyboru portfela.

Tabela 3

## Rezultaty grupowania spółek według uwzględnionych metod

Liczba spółek	Metoda	Spółki
6 spółek	TOPSIS	MBK, BZW, BHW, PEO, ING, ALR (Portfel 1)
	TOPSIS „rozmyta”	BHW, BZW, MBK, PEO, ING, PKO (Portfel 2)
7 spółek	TOPSIS	MBK, BZW, BHW, PEO, ING, ALR, PKO (Portfel 3)
	TOPSIS „rozmyta”	BHW, BZW, MBK, PEO, ING, PKO, MIL (Portfel 4)

Źródło: Opracowanie własne.

Przy ograniczeniu zbioru do pięciu spółek otrzymane zbiory byłyby identyczne, przy uwzględnieniu natomiast sześciu lub siedmiu walorów – zbiory te różnią się nieco bardziej. Dla uzyskanych podzbiorów wygenerowano cztery portfele oparte na podejściu Markowitza i oszacowano ich zyski. Przyjęto założenie o udziale każdego waloru nieprzekraczającym 30%. Wyniki zawiera tabela 4.

Tabela 4

## Struktura portfeli Markowitza

Bank	Portfel 1_z	Portfel 2_r	Portfel 3_z	Portfel 4_r
ALR	0,3	×	0,3	×
BHW	0,047	–	–	0,3
BZW	–	–	–	–
ING	0,3	0,140	0,3	–
MBK	0,3	0,260	0,296	0,3
MIL	×	×	×	0,296
PEO	0,053	0,3	–	–
PKO	×	0,3	0,104	0,104

Źródło: Opracowanie własne.

Skonstruowano portfele o strukturach przedstawionych w tabeli 4 w dniu 04.01.2016 i oceniono ich zyski pod koniec kolejnych trzech miesięcy (tabela 5) – uzyskano cztery różne portfele; portfele wygenerowane ze zbiorów otrzymanych metodą w wersji podstawowej oznaczono symbolem „\_z”, natomiast powstałe ze zbiorów uzyskanych metodą w wersji rozmytej – symbolem „\_r”.

Tabela 5

## Stopy zysku portfeli

Stopa zysku portfela (%) w porównaniu do 04.01.2016	Portfel 1_z	Portfel 2_r	Portfel 3_z	Portfel 4_r
29.01.2016	-3,70	-3,36	-4,54	1,44
29.02.2016	-0,69	0,55	-2,40	6,96
31.03.2016	6,11	10,00	4,43	14,21

Źródło: Opracowanie własne.

Straty portfeli w początkowym okresie były związane z niekorzystną sytuacją na rynku. Sytuacja ta w kolejnych miesiącach poprawiła się. Istotny jest jednak fakt, że portfele uzyskane z grup wyłonionych na podstawie zwykłej metody TOPSIS notują mniejsze zyski bądź większe straty niż portfele otrzymane na podstawie analizy przeprowadzonej metodą TOPSIS w ujęciu rozmytym.

#### 4. Podsumowanie

W opracowaniu oceniono spółki giełdowe sektora bankowego za pomocą wskaźników fundamentalnych i rynkowych. Zastosowano w tym celu wielokryterialną metodę TOPSIS, której rezultatem jest ranking obiektów. Decydując się na uwzględnienie w badaniach elementów analizy fundamentalnej, należy dobrać odpowiedni okres, w którym spółka poddana zostanie ocenie. Można znaleźć wskazówki [8], że okres powinien sięgać od trzech do pięciu lat wstecz. Chcąc zatem zainwestować na początku 2016 roku należałoby ocenić siłę fundamentalną spółki za lata 2013-2015 (2012-2015 albo 2011-2015). W przeprowadzonych analizach wybrano pierwszą z możliwości. Powstaje zatem pytanie: jak ocenić spółkę za wybrany trzyletni okres? Dysponując rocznymi wartościami wskaźników, można np. odpowiednio uśrednić wartości za cały badany okres. Można jednak spróbować podejść

do tego zagadnienia jak do problemu rozmytego – potraktować wartości wskaźników notowane w danych latach jak parametry trójkątnej liczby rozmytej. Przy takim podejściu może być zastosowana wielokryterialna metoda w ujęciu rozmytym (np. TOPSIS w ujęciu rozmytym). W pracy wykorzystano obydwie wymienione podejścia. Na podstawie uzyskanych rankingów, których skorelowanie kształtowało się na poziomie 0,92, wyznaczono podzbiory stanowiące podstawę wyboru portfela (ze względu na nieliczny zbiór analizowanych spółek powstałe zbiory różniły się jednym lub dwoma walorami). Za pomocą klasycznego modelu Markowitza wygenerowano portfele i zbadano ich zyski w kolejnych trzech miesiącach. Okazało się, że portfele uzyskane dzięki selekcji za pomocą zaproponowanego podejścia rozmytego cechują się wyższymi zyskami lub odpowiednio mniejszymi stratami. Uzyskane wyniki zachęcają do wyciągnięcia wniosku, że podejście do rozważanego zagadnienia jak do problemu rozmytego może stanowić interesującą alternatywę.

## Bibliografia

1. Jahanshahloo G.R., Hosseinzadeh Lotfi F., Izadikhah M.: Extension of the TOPSIS Method for Decision-making Problems with Fuzzy Data. "Applied Mathematics and Computation", No. 185, 2006.
2. Lai Y.J., Liu T.Y., Hwang C.L.: TOPSIS for MODM. "European Journal of Operational Research", No. 76(3), 1994.
3. Leszczyński Z.: Analiza ekonomiczno-finansowa spółki. PWE, Warszawa 2004.
4. Łuniewska M., Tarczyński W.: Metody wielowymiarowej analizy porównawczej na rynku kapitałowym. PWN, Warszawa 2006.
5. Pośpiech E., Mastalerz-Kodzis A.: Wybór metody wielokryterialnej do wspomaganie decyzji inwestycyjnych. „Organizacja i Zarządzanie”, 2016 (po recenzji, na etapie wydawniczym).
6. Sprawozdania finansowe rozważanych spółek za lata 2013-2015, <http://www.money.pl/gielda/spolki-gpw/>, dostęp dnia 01.06.2016.
7. Tarczyński W.: Rynki kapitałowe. Metody ilościowe. Polska Agencja Wydawnicza PLACET, Warszawa 2001.
8. Tarczyński W.: Fundamentalny portfel papierów wartościowych. Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 2002.
9. Trzaskalik T. (red.): Metody wielokryterialne na polskim rynku finansowym. PWE, Warszawa 2006.
10. Trzaskalik T. (red.): Wielokryterialne wspomaganie decyzji. PWE, Warszawa 2014.
11. [www.bankier.pl](http://www.bankier.pl)

12. [www.gpw.pl](http://www.gpw.pl)
13. [www.money.pl](http://www.money.pl)

**Abstract**

The quoted companies can be evaluated in respect of fundamental and market indicators. In fundamental analysis it is suggested to take into account the data for a period of three, four or five years. Treating the indicators as the criteria for evaluation we can apply multi-criteria methods – the TOPSIS method was used (it builds rankings of objects). Pursuant the ranking we can pick the best companies and, using e.g. Markowitz approach, select a portfolio. Regarding the three-year period and having the data for each year separately we need to calculate one value for the whole period. The authors propose another solution – to treat the indicators' values as a triangular fuzzy numbers and consider the problem as a fuzzy one. In the analyses two approaches have been applied. The results of the studies showed that using the fuzzy approach we get portfolios of higher profits or lower losses.